Class – 10th	Topic – Matrices

Short Answer Type Question [3 Marks]

1. If $\begin{bmatrix} x & x+y \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ find x and y.

Solution: $\begin{bmatrix} x & x+y \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

$$\therefore x = 1, x + y = 5 \Rightarrow 1 + y = 5$$
$$\therefore y = 4$$

2. If $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$ find x and y.

Solution: $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\therefore x = 0, y = 1$$

3. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & -7 \end{bmatrix}$ find A + B and A – B.

Solution: $\mathbf{A + B} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & -7 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1+3 & 4-2 & -1-6 \\ 2+2 & 6+0 & 5-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -7 \\ 4 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A - B} = A + (-1)B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix} + (-1)\begin{bmatrix} 3 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 6 & 5 \\ 0 & 6 & 12 \end{bmatrix}$$

4. Evaluate x and y if $\begin{bmatrix}2 & 1\\0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\4\end{bmatrix}$

Solution: $\begin{bmatrix}2 & 1\\0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\4\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}2x+y\\-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\4\end{bmatrix}$

$\Rightarrow -y = 4$

$\therefore y = -4$ and $2x + y = 5$

$\Rightarrow 2x - 4 = 5 \Rightarrow 2x = 9$

$\therefore x = \dfrac{9}{2}$

$\therefore x = \dfrac{9}{2}, y = -4$

5. If $A = \begin{bmatrix}0 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix}4 & 6\\0 & 0\end{bmatrix}$. Show that AB = 0

Solution: $AB = \begin{bmatrix}0 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 6\\0 & 0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}0\times4+2\times0 & 0\times6+2\times0\\0\times4+3\times0 & 0\times6+3\times0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix} = 0$

$\therefore AB = 0$

6. If $B = \begin{bmatrix}1 & 1\\8 & 3\end{bmatrix}$, Evaluate $B^2 - 4B$

Solution: $B^2 = B.B = \begin{bmatrix}1 & 1\\8 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\8 & 3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1\times1+1\times8 & 1\times1+1\times3\\8\times1+3\times8 & 8\times1+3\times3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}9 & 4\\32 & 17\end{bmatrix}$

$\therefore B^2 - 4B = \begin{bmatrix}9 & 4\\32 & 17\end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix}1 & 1\\8 & 3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}9 & 4\\32 & 17\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-4 & -4\\-32 & -12\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}9-4 & 4-4\\32-32 & 17-12\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5 & 0\\0 & 5\end{bmatrix}$

7. Find x and y, if $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2x \\ 1 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix} = 4\begin{bmatrix} 2 \\ y \end{bmatrix}$

Solution: $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2x \\ 1 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix} = 4\begin{bmatrix} 2 \\ y \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 6x - 2 \\ -2x + 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4y \end{bmatrix}$

Therefore

$6x - 10 = 8 \Rightarrow x = 3$ and $-2x + 14 = 4y \Rightarrow y = 2$

Hence x = 3 and y = 2.

8. Evaluate: $\begin{bmatrix} \cos 45° & \sin 30° \\ \sqrt{2}\cos 0° & \sin 0° \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin 45° & \cos 90° \\ \sin 90° & \cot 45° \end{bmatrix}$

Solution: $\begin{bmatrix} \cos 45° & \sin 30° \\ \sqrt{2}\cos 0° & \sin 0° \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin 45° & \cos 90° \\ \sin 90° & \cot 45° \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

9. Find x and y, if $\begin{bmatrix} x & 3x \\ y & 4y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 12 \end{bmatrix}$

Solution: $\begin{bmatrix} x & 3x \\ y & 4y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 12 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2x + 3x \\ 2y + 4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 12 \end{bmatrix}$

Therefore $5x = 5 \Rightarrow x = 1$

and $6y = 12 \Rightarrow y = 2$

10. If $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, find $(A - 2I)(A - 3I)$

Solution: $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$(A - 2I)(A - 3I)$$
$$= \left(\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)\left(\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$
$$= \left(\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\right)\left(\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\right)$$
$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

11. Evaluate $\begin{bmatrix} 2\cos 60° & -2\sin 30° \\ -\tan 45° & \cos 0° \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cot 45° & \operatorname{cosec} 30° \\ \sec 60° & \sin 90° \end{bmatrix}$

Solution: $\begin{bmatrix} 2\cos 60° & -2\sin 30° \\ -\tan 45° & \cos 0° \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cot 45° & \operatorname{cosec} 30° \\ \sec 60° & \sin 90° \end{bmatrix}$
$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

12. Given $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$, and such that $AB = A + B$, find the value of a, b and c.

Solution: AB = A + B

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 3a & 3b \\ 0 & 4c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + a & b \\ 0 & 4 + c \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow 3a = 3 + a \text{ or } a = \frac{3}{2}$$

Similarly, $3b = b \Rightarrow b = 0$

and $4c = 4 + c$ or $c = \frac{4}{3}$

13. If $M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, find M^2, M^3 and M^5.

Solution: $M^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$$M^3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$$

$$M^5 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & 25 \\ 25 & -50 \end{bmatrix}$$

14. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$. Find $A^2 + AC - 5B$.

Solution: $A^2 + AC - 5B$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 8 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 20 & 5 \\ -15 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 & 3 \\ 17 & 14 \end{bmatrix}$$

15. If $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $BA = M^2$, find the values of a and b.

Solution: $BA = M^2$

$$\begin{bmatrix} 0 & -b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -2b \\ a & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Therefore b = 1 and a = 2